

Determinant

1.  $3 \begin{bmatrix} -9 & 6 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -27 & 18 \\ -9 & 21 \end{bmatrix}$

2.  $\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & -5 & 2 \\ -4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -5 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} = (-10 - 32 + 0) - (0 - 6 - 24) = -42 - (-30) = -12$

3.  $-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 2 & -4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & -5 & 2 \\ -4 & 3 & -2 \end{bmatrix}$

$-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1+18+12 & 4-30-9 & 0+12+6 \\ -2-12+4 & 8+20-3 & 0-8+2 \end{bmatrix}$

$-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 29 & -35 & 18 \\ -10 & 25 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -29/2 & 35/2 & -9 \\ 5 & -25/2 & 3 \end{bmatrix}$

4.  $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}} = \frac{1}{-12 - (-12)} \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} = \text{undef.}$

5.  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-12 & -6+3 \\ 8-4 & -12+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -3 \\ 4 & -11 \end{bmatrix}$

6.  $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -2 - (-12) = 10$

7.  $2 \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$   
 $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 9 \\ -12 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -6 & 9 \\ -9 & 11 \end{bmatrix}$

$$9. \begin{bmatrix} 5 & 7x \\ -x & -6 \end{bmatrix} = -2$$

$$-30 - 7x^2 = -2$$

$$-30 + 7x^2 = -2$$

$$7x^2 = 28$$

$$x^2 = 4$$

$$\boxed{x = \pm 2}$$

$$10. 2 \begin{bmatrix} x+2 \\ y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x+4 \\ 2y-6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2x+4+5=7$$

$$2x+9=7$$

$$2x = -2$$

$$\boxed{x = -1}$$

$$2y-6-4=1$$

$$2y-10=1$$

$$2y = 11$$

$$\boxed{y = \frac{11}{2}}$$

$$11. \begin{cases} 2x+4y = -5 \\ 3x-7y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Use inverse matrix to solve

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-14-12} \begin{bmatrix} -7 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-26} \begin{bmatrix} 35 & -16 \\ 15 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -\frac{1}{26} \begin{bmatrix} 19 \\ 23 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -19/26 \\ -23/26 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\left(-\frac{19}{26}, -\frac{23}{26}\right)}$$

$$12. \begin{bmatrix} x & -7 \\ 3 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x - 35 \\ 6 + 5y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2x - 35 = 10$$

$$6 + 5y = 1$$

$$2x = 45$$

$$5y = -5$$

$$\boxed{x = 45/2}$$

$$\boxed{y = -1}$$

$$13. \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3-2 & 18+1 \\ 0+4 & 0-2 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 1 & 19 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}}$$

$$14. \begin{bmatrix} 1 & 5 & -4 \\ 6 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 2 \times 3 & 3 \times 2 \\ \downarrow & \downarrow \\ & 2 \times 2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2+15-4 & -1-15-4 \\ 12+0-1 & -6+0-1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 13 & -20 \\ 11 & -7 \end{bmatrix}}$$

$$15.a) \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-6-16} \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{-22} \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/11 & -2/11 \\ 2/11 & 3/11 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & -12 \end{bmatrix} = \frac{1}{-24-24} \begin{bmatrix} -12 & -4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-48} \begin{bmatrix} -12 & -4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \boxed{\text{undefined}}$$

16. Square  $2 \times 2, 3 \times 3, \dots$

17.  $2 \times 3$   $3 \times 1$   $2 \times 1$

18. a)  $l = \text{length}$   
 $w = \text{width}$

b)  $2l + 2w = 86$   
 $2w = l + 2$

$$\begin{aligned} 2l + 2w &= 86 \\ -l + 2w &= 2 \end{aligned}$$

c)  $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 86 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} l \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{4-2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 86 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} l \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 172 & -4 \\ 86 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} l \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 168 \\ 90 \end{bmatrix}$$

d)  $\begin{bmatrix} l \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ 15 \end{bmatrix}$  The length is 28  
and the width is 15.

19. a)  $g = \text{granola bars}$   
 $c = \text{coffee}$

b)  $2g + 3c = 21.83$   
 $5g + c = 15.90$

c)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21.83 \\ 15.90 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} g \\ c \end{bmatrix} = \frac{1}{2-15} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21.83 \\ 15.90 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} g \\ c \end{bmatrix} = \frac{1}{-13} \begin{bmatrix} 21.83 - 47.7 \\ -109.15 + 31.8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} g \\ c \end{bmatrix} = \frac{1}{-13} \begin{bmatrix} -25.87 \\ -77.35 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} g \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.99 \\ 5.95 \end{bmatrix}$$

d) The granola costs \$1.99 and the coffee costs \$5.95.

20. a)  $b = \text{buffet}$   
 $s = \text{steak}$

b)  $12.99b + 15.95s = 364.38$   
 $b + s = 26$

c)  $\begin{bmatrix} 12.99 & 15.95 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 364.38 \\ 26 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} b \\ s \end{bmatrix} = \frac{1}{12.99 - 15.95} \begin{bmatrix} 1 & -15.95 \\ -1 & 12.99 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 364.38 \\ 26 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b \\ s \end{bmatrix} = \frac{1}{-2.96} \begin{bmatrix} 364.38 - 414.7 \\ -364.38 + 337.74 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b \\ s \end{bmatrix} = -\frac{1}{2.96} \begin{bmatrix} -50.32 \\ -26.64 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 9 \end{bmatrix}$$

d) 17 people ordered the buffet and 9 people ordered the steak.

21. a)  $x = \text{lollipop 1}$   
 $y = \text{lollipop 2}$

b)  $.5x + .35y = 17$   
 $x + y = 40$

c)  $\begin{bmatrix} .5 & .35 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 40 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{.5 - .35} \begin{bmatrix} 1 & -.35 \\ -1 & .5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 17 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{.15} \begin{bmatrix} 17 - 14 \\ -17 + 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{.15} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix}$$

d. Ramona bought 20 of each kind of lollipop.

22. a) 
$$\begin{cases} X = \$6 \text{ book} \\ Y = \$7 \text{ book} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 6X + 7Y = 177 \\ X + Y = 27 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 177 \\ 27 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \frac{1}{6-7} \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 177 \\ 27 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 177 - 189 \\ -177 + 162 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} -12 \\ -15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \end{bmatrix}$$

d) They sold 12 of the \$6 books and 15 of the \$7 books.

23. a) 
$$\begin{cases} a = \text{adult ticket} \\ S = \text{student ticket} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 4a + 2.50S = 413 \\ a + S = 125 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{bmatrix} 4 & 2.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 413 \\ 125 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ S \end{bmatrix} = \frac{1}{4-2.5} \begin{bmatrix} 1 & -2.5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 413 \\ 125 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ S \end{bmatrix} = \frac{1}{1.5} \begin{bmatrix} 413 - 312.5 \\ -413 + 500 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ S \end{bmatrix} = \frac{1}{1.5} \begin{bmatrix} 100.5 \\ 87 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67 \\ 58 \end{bmatrix}$$

d) Adults purchased 67 tickets and students purchased 58 tickets.